

УДК 533.932.16

## ПОДАВЛЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ГЕНЕРАЦИЯ ИОННО-ЗВУКОВЫХ ВОЛН ПРИ НАГРЕВЕ ПЛАЗМЫ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ

© 1998 г. В. Т. Астрелин, А. В. Бурдаков, В. В. Поступаев

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН

Поступила в редакцию 09.04.96 г.

Окончательный вариант получен 10.06.97 г.

Обсуждается динамика однородной по плотности плазмы, нагреваемой микросекундным релятивистским электронным пучком в соленоиде. Рассматривается решение одномерной системы уравнений движения, непрерывности и теплопроводности для плазмы, находящейся в длинном соленоиде. Начальные и граничные условия численной модели соответствуют конфигурации экспериментов на установке ГОЛ-3. При сравнении результатов моделирования с экспериментальными данными обнаружен эффект подавления теплопроводности плазмы на 2–3 порядка во время инъекции пучка. На стадии остывания плазмы временной ход ее температуры хорошо описывается классической электронной теплопроводностью на торцы. Наблюдаются возникновение и распространение ионно-звуковых волн большой амплитуды.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

На I очереди установки ГОЛ-3 [1] проведены эксперименты по исследованию нагрева плазмы при коллективной релаксации микросекундного релятивистского электронного пучка. В частности, в экспериментах [2] проводилось детальное изучение нагрева максвелловской части электронной компоненты плазмы. Для изучения энергобаланса в этих экспериментах необходим анализ процессов переноса тепла в плазме как на стадии ее остывания после прекращения инъекции пучка, так и во время нагрева в условиях существования высокого уровня ленгмюровской турбулентности (который может достигать порога модуляционной неустойчивости  $W/nT \sim (\omega_H/\omega_p)^2 \sim 0.1$ , в общепринятых обозначениях). Процессы теплопереноса важны для экспериментов с электронным пучком микросекундной длительности, когда характерные времена остывания сравниваются по порядку величины с длительностью нагрева (в отличие от экспериментов с наносекундными пучками, где в энергетическом балансе процессами теплопроводности обычно можно пренебречь [1, 3, 4]).

Энергозапас пучка, используемого в экспериментах, достигал 100 кДж [5]. Такая энергетика и достаточно высокая эффективность передачи энергии от пучка к плазме (до 25%) позволили получить в экспериментах на установке ГОЛ-3 электронную температуру, доходящую до величин порядка 1 кэВ при плотности плазмы  $\sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$  [2]. Целью данной работы являются моделирование процессов тепло- и масс-переноса в плазме и сравнение расчетов с экспериментом для выясне-

ния влияния пучково-плазменного взаимодействия на теплопроводность плазмы и формирование волн в плазме.

### 2. ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

Кратко напомним постановку и геометрию экспериментов [2]. В пробкотроне с ведущим магнитным полем 5.5 Т и полем в пробках 11 Т создается столб водородной плазмы длиной  $\sim 700$  см и  $\varnothing 8$  см. Затем в эту плазму через тонкую фольгу, расположенную во входной пробке, инжектируется релятивистский электронный пучок с длительностью 3–5 мкс и энергозапасом (в обсуждаемых экспериментах) 50–70 кДж. Диаметр пучка в плазме 6 см. В результате коллективного взаимодействия с плазмой пучок может терять до 25% своего исходного энергозапаса. Эта энергия передается в тепловую энергию электронов плазмы с эффективностью нагрева  $\eta_T \sim 5\%$  и в энергию надтепловых электронов с эффективностью  $\eta_h$ . Надтепловые электроны, имеющие характерную энергию  $T_h \sim 10$  кэВ, могут быть впоследствии использованы для получения плотной горячей плазмы в схеме двухступенчатого нагрева [6]. Плотность плазмы составляла  $\sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ .

На рис. 1 показана типичная для экспериментов [2] эволюция профиля электронной температуры плазмы по длине установки. Эти данные получены из измеренных на различном расстоянии от точки инъекции пучка величин диамагнетизма плазмы  $nTS$  (измерения проводились на расстояниях 40–570 см от входной фольги зондами, рас-

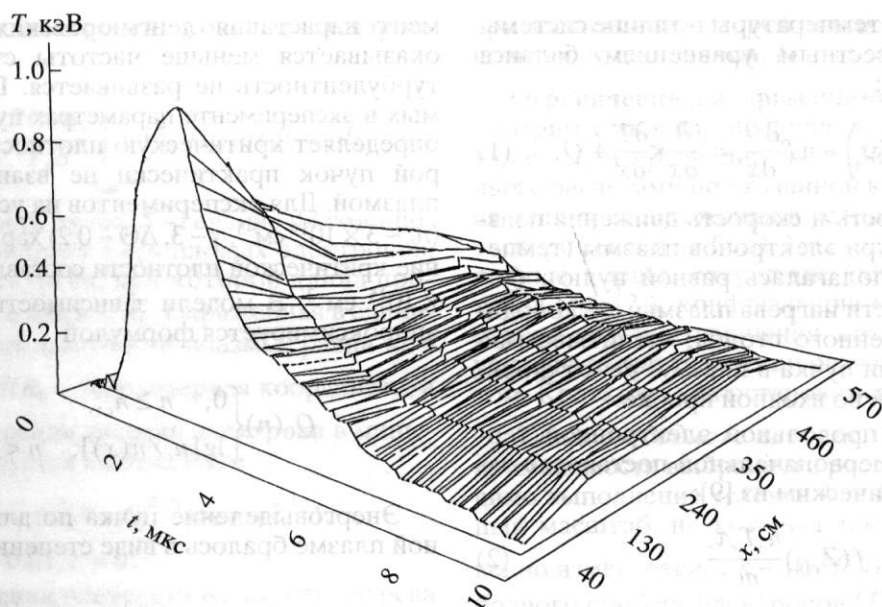


Рис. 1. Динамика изменения температуры, полученной из диамагнитных измерений, по длине установки.

положенными приблизительно через 100 см). Как было показано в [2], для обсуждаемых экспериментов с плазмой плотностью  $\sim 10^{15}$  см $^{-3}$  вклад ионов и надтепловых электронов в диамагнитные сигналы относительно невелик, поэтому эти измерения адекватно описывают поведение электронной температуры (из приведенного на рис. 1 профиля температуры также видно, что неоднородность нагрева плазмы сохраняется достаточно длительное время, что указывает на отсутствие существенной популяции запертых быстрых электронов).

Обратим внимание на характерные особенности распределения, приведенного на рис. 1. Во-первых, рост температуры продолжается монотонно в течение всего времени инжекции пучка. Во-вторых, распределение электронной температуры по длине установки неоднородно, эта неоднородность сохраняется в течение всей длительности нагрева. Получаемый во время нагрева профиль энергосодержания плазмы по длине установки близок к профилю, получаемому в экспериментах с наносекундными пучками [1, 3]. В-третьих, сразу после окончания нагрева температура электронов по длине установки быстро выравнивается, вблизи торцов происходит более сильное охлаждение плазмы.

Измерения диамагнитных сигналов в различных точках показали неравномерность энерговыведения по длине плазменного столба и, как следствие, существование в плазме областей с большим градиентом давления вдоль магнитного поля. Это обстоятельство приводит в режимах с наиболее эффективной релаксацией пучка к появлению ионно-звуковых волн большой амплитуды,

возникающих во время прохождения пучка и далее распространяющихся по плазме.

Следует сразу же отметить, что полученные значения энергосодержания плазмы не могут быть объяснены джоулевым нагревом протекающим по плазме обратным током пучка. Простые оценки показывают, что температура, до которой плазма может нагреться обратным током и сопутствующими токовыми неустойчивостями (см., например, [7, 8]), в условиях экспериментов на установке ГОЛ-3 не превышает 15–20 эВ для плотности  $10^{15}$  см $^{-3}$ . Отсутствие заметного нагрева плазмы в результате этих механизмов было экспериментально подтверждено при инжекции в плазму пучка, имеющего большой угловой разброс при сохранении остальных параметров, когда отсутствуют условия для развития пучковой неустойчивости. Как и в экспериментах с наносекундными пучками, энерговыведение в плазме в этом случае резко падало.

Как уже указывалось на [2], прямые измерения показывают незначительность потерь тепла поперек магнитного поля (в основном на излучение), поэтому остывание плазмы происходит за счет потерь на торцы.

### 3. МЕТОДИКА РАСЧЕТОВ

**Постановка задачи.** Для моделирования плазменного столба, находящегося в однородном магнитном поле, рассматривается одномерная система уравнений в гидродинамическом приближении.

Распределение температуры по длине системы определяется известным уравнением баланса тепла в плазме [9]:

$$\frac{3}{2} \frac{\partial nT}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{3}{2} nT v \right) + nT \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \kappa \frac{\partial T}{\partial x} + Q, \quad (1)$$

где  $n$  и  $v$  – плотность и скорость движения плазмы;  $T$  – температура электронов плазмы (температура ионов  $T_i$  полагалась равной нулю);  $Q$  – плотность мощности нагрева плазмы;  $x$  – координата вдоль плазменного столба, отсчитываемая от точки инжекции пучка в плазму, т.е. от фольги, расположенной во входной пробке.

Коэффициент продольной электронной теплопроводности в первоначальной постановке задачи брался классическим из [9]:

$$\kappa = f(Z_{eff}) \frac{n_e T_e \tau_e}{m_e}, \quad (2)$$

где  $f(Z_{eff})$  – коэффициент, зависящий от эффективного заряда ионов  $Z_{eff}$ , а энергетическое время между электронными столкновениями

$$\tau_e = \frac{3.5 \times 10^4 T_e^{3/2}}{(\Lambda/10) Z_{eff}^2 n_i}. \quad (3)$$

Здесь температура  $T_e$  выражена в эВ, остальные величины – в единицах СГС. Ниже будут обсуждаться причины, по которым время электрон-электронных столкновений, входящее в формулу (2), не всегда может описываться классической зависимостью (3), и влияние такой аномальности рассеяния электронов на процессы переноса в плазме.

Важным моментом является задание в численной модели плотности мощности нагрева плазмы  $Q(t, x)$ . Она определяется как турбулентным нагревом максвелловской части функции распределения электронов по энергиям  $Q_0$  и дополнительным нагревом плазмы быстрыми немаксвелловскими электронами с плотностью мощности нагрева  $dE/dt$  (см. ниже), так и затратами энергии на атомарные процессы в плазме (так называемая цена ионизации, существенная при малых температурах и больших плотностях). Нагрев максвелловской части электронов в модели производится с учетом следующих обстоятельств. Он определяется процессом релаксации пучка в плазме. Как известно, для существования эффективного пучково-плазменного взаимодействия необходимо выполнение условия

$$\Gamma = \omega_p \frac{n_b}{n} \frac{1}{\gamma \Delta\Theta^2} > \tau_e^{-1}, \quad (4)$$

где  $\omega_p$  – ленгмюровская частота плазмы,  $n_b$ ,  $\gamma$  и  $\Delta\Theta$  – плотность, релятивистский фактор и угловой разброс пучка. В противном случае инкре-

мент нарастания ленгмюровских колебаний  $\Gamma$  оказывается меньше частоты столкновений и турбулентность не развивается. При использовании в эксперименте параметра пучка условие (4) определяет критическую плотность, выше которой пучок практически не взаимодействует с плазмой. Для экспериментов на установке ГОЛ-3 ( $n_b \sim 3 \times 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ,  $\gamma \sim 3$ ,  $\Delta\Theta \sim 0.2$ ) характерное значение критической плотности составляет  $n_c \sim (2-3) \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . В модели зависимость от плотности аппроксимируется формулой

$$Q_0(n) \begin{cases} 0, & n \geq n_c, \\ \lg[n_c/n(x)], & n < n_c. \end{cases} \quad (5)$$

Энерговыделение пучка по длине в однородной плазме бралось в виде степенной функции

$$Q_0(x) \sim (\Delta\Theta^2 + x/l_0)^{-1/2} \quad (6)$$

с характерной длиной энерговыделения  $l_0$ . Для близкой по смыслу характеристики – длины релаксации пучка – теория [10, 11] для разных исходных предположений о механизме релаксации пучка дает существенно различные оценки. Кроме того, обсуждаемые эксперименты относятся к случаю  $\omega_H \sim \omega_p$ , недостаточно полно отраженному в теории и в котором температура плазмы существенно изменяется по длине системы. Поэтому используемое в модели значение длины  $l_0$  было выбрано по экспериментально определяемому профилю энерговыделения пучка [2] и составляло величину  $l_0 \sim 150 \text{ см}$ .

С учетом зависимостей (5), (6) энерговыделение пучка в численной модели описывается выражением

$$Q_0 = \frac{P \eta_T}{SL} \Phi(x),$$

$$\Phi(x) = A \frac{\max\{0, \lg[n_c/n(x)]\}}{(\Delta\Theta^2 + x/l_0)^{1/2}},$$

$$n_c = 3 \times 10^{15} \text{ см}^{-3},$$

где  $A$  – нормировочный коэффициент, такой, что  $\int_0^L \Phi(x) dx = 1$ ;  $P$  – мощность пучка;  $S$  и  $L$  – сечение и длина столба плазмы.

Вклад надтепловых электронов в плотность мощности нагрева  $Q$  за счет кулоновских столкновений анализировался ранее в [12]. Было показано, что изменение плотности энергии плазмы  $E$  за счет торможения в ней надтепловых электро-

нов с характерной энергией  $T_h$  описывается формулой

$$\frac{\partial E(\xi, T_h, t)}{\partial t} = \frac{P(t)\eta_h}{T_h S} \int_{z_{\min}}^{\infty} \psi(\xi, T_h z) \exp(-z) dz, \quad (7)$$

где  $P(t)$  – мощность пучка;  $S$  – сечение плазменного столба;  $\varepsilon$  – энергия надтепловых электронов,  $z = \varepsilon/T_h$ ;  $z_{\min}$  – энергия, при которой длина пробега электрона в плазме  $R_0$ , выраженная в единицах интегральной плотности плазмы, равна  $nl = \int n(x) dx$ ;  $\xi = nl/R_0$  – безразмерная координата, а функция поглощения энергии электрона в мишене аппроксимируется выражением

$$\psi(\xi, \varepsilon) = \varepsilon a (b + \xi)^{0.25} \exp(-c\xi^{2.5}),$$

где  $a = 3.39$ ,  $b = 0.01$ ,  $c = 6$ .

При вычислении плотности мощности нагрева электронов плазмы, как указывалось выше, учитываются затраты части энергии пучка на цену ионизации водорода, описываемые приближенной формулой [13]:

$$\varepsilon_i \approx n \left[ 30 - 16.4 \exp\left(-\frac{5 \times 10^{13}}{n}\right) \right] \times \exp\left\{ \frac{5.45}{T_e \exp\left[\left(\frac{n}{1.37 \times 10^{14}}\right)^{0.26}\right]} \right\}, \quad (8)$$

а также первоначальный вклад предварительного разряда во внутреннюю энергию плазмы  $\varepsilon_0 = (3/2)nT_0$ .

Окончательно плотность мощности нагрева плазмы  $Q$ , используемая в уравнении (1), определяется с учетом (2)–(8) выражением

$$Q = Q_0 + \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_i - \varepsilon_0). \quad (9)$$

Динамика плазмы описывалась уравнениями движения и неразрывности:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{nM} \frac{\partial}{\partial x}(nT + \mu), \quad (10)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial(nv)}{\partial x} = 0. \quad (11)$$

Здесь  $\mu = -\lambda_0^2 nM \frac{\partial v}{\partial x} \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|$  – искусственная вязкость, вводимая стандартным образом в уравнение для гашения неустойчивости решения, возникающей при опрокидывании нелинейных волн в плазме;  $\lambda_0$  – характерная длина фронта волны,

при достижении которой вязкостная добавка становится существенной;  $M$  – масса иона.

**Ограничения на применимость модели.** Рассмотрим основные предположения, которые делались при сравнении экспериментальных данных с расчетами по указанной выше схеме. Часть из этих предположений в условиях обсуждаемых экспериментов на ГОЛ-3 выполняется всегда (холодные торцы, отсутствие поперечных потерь тепла (см. [2]), конфигурация магнитного поля), однако есть и ограничения, которые необходимо учитывать при сравнении расчетов с экспериментом. Кратко на них остановимся.

**Длина свободного пробега.** Очевидно, что для применимости выбранного рассмотрения необходимо выполнение условия  $\lambda \ll l$ , где  $l$  – характерный масштаб, на котором температура существенно изменяется, а  $\lambda \sim 10^{12} T^2 / (n Z_{\text{eff}}^2)$  – длина свободного пробега электронов ( $T$  – в Эв, остальное в СГС). Это условие безусловно выполняется для температур до нескольких сот эВ. В плазме с температурой  $\sim 1$  кэВ указанное условие формально нарушается, однако расчеты в этом случае можно рассматривать как качественную оценку поведения плазмы, если не имеется оснований судить о наличии аномального рассеяния электронов.

Как будет видно из дальнейшего рассмотрения, во время инжекции пучка (т.е. существования развитой ленгмюровской турбулентности и сопутствующих явлений) эффективная частота столкновений для тепловых электронов оказывается существенно выше классической. Следствием этого является как их быстрая максвеллизация до энергий порядка 1 кэВ за микросекундные времена (см. [2]), так и соответствующее уменьшение длины свободного пробега. Поэтому в течение инжекции пучка использование описываемой гидродинамической модели представляется корректным. То же относится к плазме, достаточно остывшей после прекращения пучка.

В то же время существует интервал времени, когда температура плазмы еще высока, а мощность инжектируемого пучка уже недостаточна для поддержания высокого уровня турбулентности и нагрева плазмы. На этом коротком отрезке времени ( $\sim 0.5$ – $1$  мкс после максимума температуры) плазма в наиболее горячих участках может стать практически бесстолкновительной. В этот период времени в плазме могут происходить процессы, подобные наблюдаемым в экспериментах с редкой бесстолкновительной плазмой. В частности, возможным механизмом остывания электронов может оказаться “волна замещения”, подобная описанной в [14]. При переходе плазмы от столкновительного к бесстолкновительному режиму и обратно результаты моделирования могут рассматриваться лишь качественно.

*Постоянство исходной плотности плазмы по длине установки.* Возможная причина нарушения продольной однородности плазмы – “выжигание” плазмой газа, первоначально находящегося в вакуумной камере вне апертуры плазмы или в патрубках подсоединения диагностической аппаратуры, за счет теплового движения этого газа в течение времени между началом разряда, создающего предплазму, и инъекцией электронного пучка. Этот эффект в расчетах не учитывался.

**Граничные условия.** Для уравнения теплового баланса использовались нулевые граничные условия на температуру либо близкие к ним:  $T(0) = T(L) = T_0 \ll T_{\max}$ . В рамках поставленной задачи это достаточно объективно отражало условия эксперимента, в котором со стороны входного торца плазма ограничивалась лавсановой пленкой толщиной 10 мк с алюминиевым напылением, а со стороны выходного торца – коллектором, находящимся на расстоянии  $\Delta x \sim 25$  см за магнитной пробкой, т.е. достаточно близко к ней ( $\Delta x \ll L$ ). Поэтому можно было с достаточной точностью полагать температуру торцов плазмы близкой к нулю (много меньшей температуры в центре столба).

При учете динамики плазмы добавляются граничные условия на скорость, плотность и давление на концах системы, качественно учитывающие происходящие там физические процессы. При прохождении пучка входная фольга образует столкновительную слабоионизованную плазму низкой температуры  $T \sim 1$  эВ, которая возрастает до  $T \sim 10$  эВ по мере ее нагрева пучком и надтепловыми электронами плазменного столба. Эта плазма имеет плотность  $n \geq 10^{16} - 10^{17}$  см<sup>-3</sup> и расширяется со скоростью  $\sim (1-2) \times 10^6$  см/с [15]. Очевидно, давление на входной границе системы определяется как плазмой, так и нейтральным паром, соотношение плотностей которых изменяется во времени. Строго говоря, на входном торце плазменного столба должна решаться полная задача по расчету поглощения энергии пучка и нагреваемой пучком плазмы по толщине фольги, включая ее испарение, ионизацию и расширение нейтрального пара и образующейся плазмы. То же относится и к выходному торцу плазмы, ограниченному коллектором. Такие расчеты представляют собой достаточно сложную самостоятельную задачу. Экспериментальное исследование этих процессов проводилось ранее на установке ГОЛ-3, где были определены их основные параметры [15]. Эти данные и были использованы при постановке граничных условий в приближенной форме.

Для входного торца  $x = 0$  были поставлены следующие граничные условия:

$$T = T_0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial n T}{\partial x} = 0, \quad (12)$$

предполагающие также задание в области входа избыточной плотности

$$n(x) = n_0 + n_1 \exp(-(x - x_0)^2 / a^2). \quad (13)$$

Первое слагаемое задает однородную по длине плотность плазмы, а второе моделирует увеличение плотности на границе системы за счет фольговой плазмы ( $x_0 \leq 0, a \ll L$ ). Характеристики этой плазмы, а именно профиль плотности  $n(x)$  в начальный момент времени, подбираются так, чтобы динамика ее расширения соответствовала результатам экспериментального исследования [15].

Граничные условия на выходной пробке системы ( $x = L$ ) из-за отдаленности выходного коллектора, на поверхности которого также возникает плазма, характеризуются тем, что через  $\sim 10-20$  мкс коллекторная плазма достигает пробки. Здесь граничные условия ставились аналогично (12)

$$T = T_0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial n T}{\partial x} = 0, \quad (14)$$

но без задания избыточной плотности плазмы. Тем самым учитывались как наличие низкотемпературной плотной коллекторной плазмы за выходной пробкой, так и малость градиента давления и направленной скорости плазмы в пробке, что в эксперименте обуславливается малостью температуры плазмы, вызванной неравномерностью распределения нагрева по длине (5). Тем не менее такие граничные условия являются приближенными из-за их пространственной несогласованности.

К недостаткам постановки следует отнести, во-первых, противоречие в предположении изотермичности плазмы в (8) и условии  $T_i = 0$ , используемом в (1) и (10). В действительности даже при  $T_i \sim 10-50$  эВ  $\ll T_e \sim 100-1000$  эВ влияние ионной температуры может заметно сказаться на результатах расчета и их сравнении с экспериментом. Во-вторых, плазма в уравнениях (1)–(11) считается полностью ионизованной, в то время как выражение (8) предполагает частичную ионизацию плазмы, что имеет место в области малых температур и большой плотности плазмы (например, вблизи торцов системы). Наконец, приближенность моделирования граничных условий может приводить к заметным погрешностям в областях плазмы, находящихся в зоне распространения звуковой волны от торцов.

**Начальные условия** для системы уравнений (1)–(11) задавались с использованием экспериментальных данных. Начальная скорость плазмы равна нулю, начальная температура  $\sim 1$  эВ и постоянна по длине системы, для начальной плотности используется выражение (13).

**Методы решения.** Система уравнений (1)–(11) решается разностными методами. Длина плаз-

менного столба  $L$  разбивается равномерно на  $N$  интервалов, в узлах которых задаются начальные значения плотности, скорости и температуры плазмы. Уравнения решались с временным шагом  $\Delta t$ , необходимым для устойчивости решения:  $\Delta t < L/(Nv_{\max})$ . Для решения уравнений (1), (10), (11) применялись неявная схема и метод прогонки [16], типичный для уравнения теплопроводности. Уравнение (8), где температура плазмы сама зависит от величины цены ионизации (при фиксированной внутренней энергии), решается итерациями. Результаты расчета представляются в виде, сопоставимом с экспериментальными: выводятся величины  $nT(t)$  для координат, соответствующих расположению диамагнитных зондов, и значения  $n(x)$ ,  $T(x)$ ,  $nT(x)$  и  $v(x)$  в различные моменты времени для анализа динамических процессов в системе.

#### 4. ОСТЫВАНИЕ ПЛАЗМЫ

Рассмотрим сначала процесс остывания плазмы. Вблизи от центрального сечения по длине камеры, где проведены наиболее подробные измерения диамагнетизма плазмы и температуры по томсоновскому рассеянию, временной ход температуры на стадии распада в случае классической теплопроводности можно описать приближенной формулой, легко получаемой из (1):

$$T = \frac{T_{\max}}{(1 + \alpha t)^{2/5}}, \quad (15)$$

где величина  $\alpha = f(n, Z_{\text{eff}})$  определялась из численного счета для данной точки установки. Единственным параметром, прямо не измеряемым в эксперименте, является  $Z_{\text{eff}}$ , который в нашем случае должен составлять 1.3–2.0 для того, чтобы расчетная кривая совпала с измеренной. Очевидно, что значение  $Z_{\text{eff}} > 1$  вызвано наличием примесей в водородной плазме.

На рис. 2 представлен временной ход диамагнетизма плазмы в сравнении с расчетом остывания по классической модели. Как видно, остывание плазмы хорошо описывается классической электронной теплопроводностью на торцы. Довольно маленькое значение  $Z_{\text{eff}}$ , получаемое из расчетов, может быть объяснимо, поскольку технология проведения экспериментов обеспечивает хорошую очистку водорода, подаваемого в установку. Примеси же со стенок вакуумной камеры не успевают за время эксперимента попасть в нагретую область, которая экранирована от стенок слоем холодной мишенной плазмы, сечение которой превышает сечение пучка.

Таким образом, из проведенных расчетов видно, что на стадии остывания плазмы динамика ее температуры хорошо описывается классической

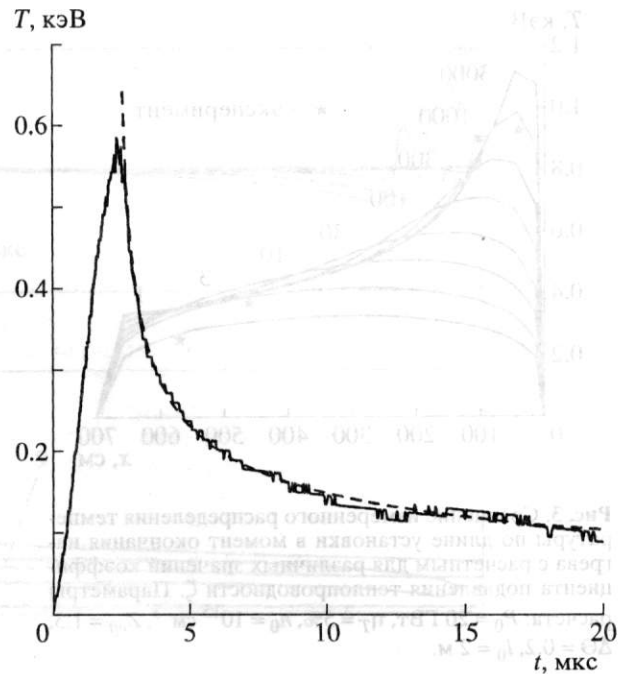


Рис. 2. Сравнение остывания плазмы с расчетами по классической электронной теплопроводности на торцы. Приведен расчет для  $x = 2.5$  м,  $n = 1.0 \times 10^{15}$  см $^{-3}$ ,  $Z_{\text{eff}} = 1.6$ .

электронной теплопроводностью на торцы. Этот результат также является свидетельством корректности постановки задачи и собственно вычислительного кода.

#### 5. ХАРАКТЕР ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НА СТАДИИ НАГРЕВА

Оценим потоки тепла, покидающие плазму в течение нагрева. Для точки  $x = 270$  см, в которой по диамагнитным и лазерным измерениям электронная температура в конце импульса нагрева составляет для приведенного на рис. 1 эксперимента величину  $T = 0.6$  кэВ, оценка снизу этого потока на ближайший торец дает величину

$$q > \frac{2}{7} \kappa ST/x \approx 2.6 \text{ ГВт}. \quad (16)$$

Численный коэффициент  $2/7$  в этой формуле возникает из-за того, что коэффициент теплопроводности зависит от температуры. Если учесть существование второго торца, то мощность "классических" потерь доходит до 4 ГВт, т.е. составляет 20% от максимальной пиковой мощности пучка. С учетом темпа увеличения энергодержания плазмы эта величина равна относительным потерям энергии пучка в лучших выстрелах (здесь не учитывается энергия, уноси-

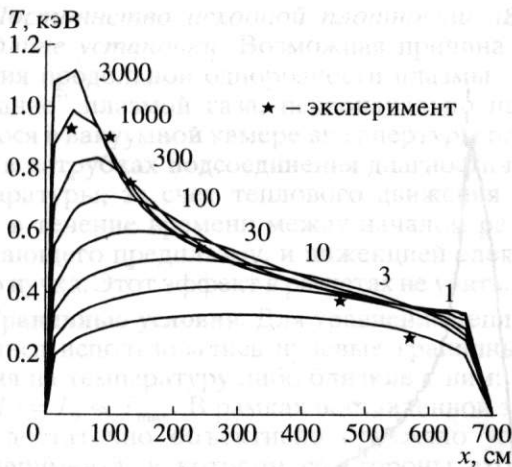


Рис. 3. Сравнение измеренного распределения температуры по длине установки в момент окончания нагрева с расчетным для различных значений коэффициента подавления теплопроводности  $\zeta$ . Параметры расчета:  $P_0 = 20$  ГВт,  $\eta_T = 5\%$ ,  $n_0 = 10^{15}$  см $^{-3}$ ,  $Z_{eff} = 1.3$ ,  $\Delta\Theta = 0.2$ ,  $l_0 = 2$  м.

мая на торцы быстрыми электронами, которые экспериментально зарегистрированы). Если же провести аналогичную оценку потерь для точек, более близких ко входу и имеющих большую температуру (рис. 1), то вычисленный по формуле (16) поток тепла, уносимый на торцы, будет превышать мощность исходного пучка. Уже эти простые оценки показывают, что для объяснения существующих градиентов температур следует предположить наличие значительного подавления электронной теплопроводности.

Уменьшение продольной теплопроводности во время инжекции пучка в модели учитывается феноменологически вводимым коэффициентом подавления электронной теплопроводности:

$$\tau_{eff} = \tau_e / \zeta,$$

где  $\zeta$  — численный коэффициент, характеризующий степень подавления теплопроводности плазмы во время инжекции пучка. Величина  $\zeta$  определяется уровнем турбулентности в плазме и, соответственно, должна быть связана с локальным энерговыделением пучка в плазме. Для учета этой связи в модели используется зависимость:

$$\zeta = 1 + (\zeta_{max} - 1) \sqrt{Q(t, x) / Q_{max}}.$$

При этом во время инжекции пучка величина  $\zeta$  может достигать значения  $\zeta_{max} \gg 1$ , а после выключения пучка  $\zeta = 1$  и коэффициент теплопроводности  $\kappa$  принимает классическое значение. Проводились вычисления и с некоторыми другими функциональными зависимостями  $\zeta$  от мощности накачки.

Расчеты изменения температуры плазмы во время инжекции пучка, выполненные с использованием классической частоты столкновений ( $\zeta = 1$ ), показали, что при повышении температуры плазмы до 0.1–0.2 кэВ вблизи от точки инжекции дальнейший нагрев плазмы практически прекращается, продольный профиль температуры определяется процессами теплопроводности и он практически перестает зависеть от распределения энерговыделения по длине. Абсолютная величина достигаемой температуры в этом случае не может превысить 0.5 кэВ при разумных величинах к.п.д. нагрева. Таким образом, как пространственное распределение температуры, так и ее динамика во времени, полученные при расчетах по классической электронной теплопроводности, не соответствуют измеренным в эксперименте (рис. 1).

Для оценки величины параметра  $\zeta$  экспериментально измеренное распределение температуры по длине плазменного столба сравнивалось с расчетными профилями, полученными при разных  $\zeta$ . Эти зависимости приведены на рис. 3. Нужно обратить внимание также на то, что измеренный рост температуры плазмы во времени в течение инжекции пучка в большинстве случаев близок к линейному на любых расстояниях от входной фольги вплоть до момента, когда начинает существенно уменьшаться мощность пучка. Как видно из рис. 3, для удовлетворительного согласия расчетов с экспериментом необходимо увеличение частоты столкновений по сравнению с классической в  $\zeta \sim 100$ – $1000$  раз для температур порядка 1 кэВ. Следует отметить, что такое значение  $\zeta$  требуется не во всей плазме, а только в области максимального энерговыделения.

## 6. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

**Параметры модели.** Был проведен ряд расчетов с исходными данными, соответствующими условиям эксперимента по нагреву однородной плазмы [2]. Приведем типичные значения основных физических, феноменологических и счетных параметров. Длина системы  $L = 700$  см, длина релаксации пучка  $l_0 = 150$  см, начальный угловой разброс электронов пучка  $\Delta\Theta = 0.2$ , начальная температура плазмы  $T_0 = 1$  эВ, эффективный заряд ионов плазмы  $Z_{eff} = 1.2$ , температура быстрых электронов  $T_h = 10$  кэВ. Число интервалов в системе  $N = 200$ , временной шаг  $\Delta t \sim 5 \times 10^{-2}$  мкс, минимальная длина фронта волны  $\lambda_0 = 3$  см. Плотность однородного участка плазмы  $n_0 = 1.5 \times 10^{15}$  см $^{-3}$ . Профиль плотности плазмы на входе пучка (12) подбирался на основании экспериментальных данных по распространению фольговой плазмы:  $x_0 = -10$  см,  $a = 20$  см,  $n_1 = 10^{16}$  см $^{-3}$ . Параметры, характеризующие эффективность перекачки энергии пучка в тепловые и быстрые электроны плазмы, выбраны равными  $\eta_T = 0.07$  и

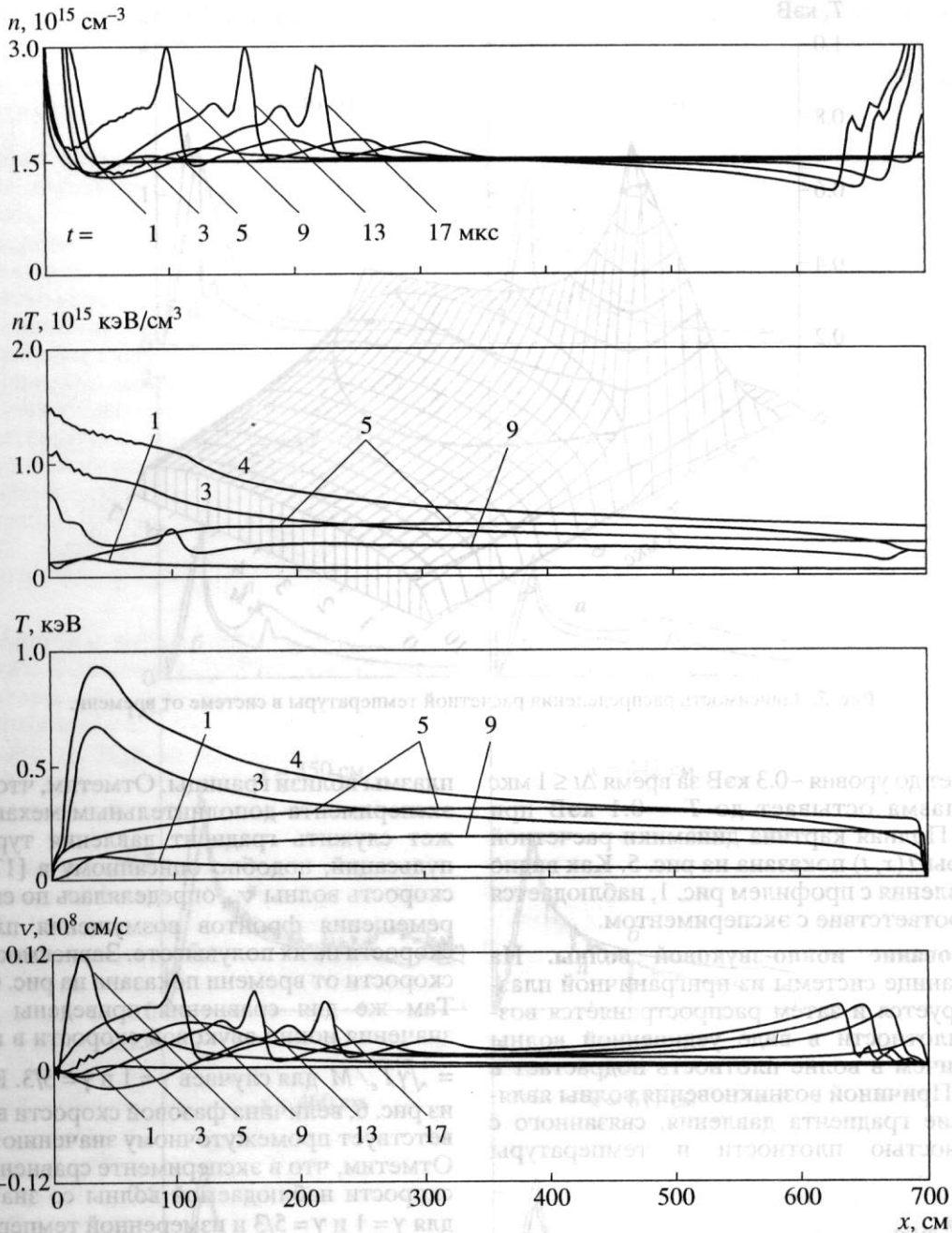


Рис. 4. Распределение плазменных характеристик по длине системы в разные моменты времени.

$\eta_h = 0.05$ . Зависимость  $P(t)$  задается по осциллограммам энергии и тока пучка  $U(t)$ ,  $I(t)$  аппроксимацией произведения  $U(t) I(t)$  кусочно-линейной функцией с сохранением полного энергозапаса пучка. Длительность пучка  $\tau_b = 4.2$  мкс, энергосодержание  $W \approx 50$  кДж. Коэффициент подавления теплопроводности во время инжекции пучка  $\zeta_{\max} = 10^3$ .

**Нагрев электронов плазмы.** Результаты численного моделирования нагрева плазмы пучком

сравнивались с экспериментальными, приведенными в [2] для однородной плазмы. На рис. 4 показаны распределения полученных при расчете характеристик плазмы по длине системы для разных моментов времени. Как и следовало ожидать, распределение  $T(x)$  при  $t < \tau_b$  в основном соответствует энергокладу пучка (6). Максимальная температура электронов в плазме достигает  $T_{\max} \sim 0.85$  кэВ при  $t \sim 4$  мкс. По окончании пучка  $t \geq \tau_b$  за счет возросшей теплопроводности темпе-



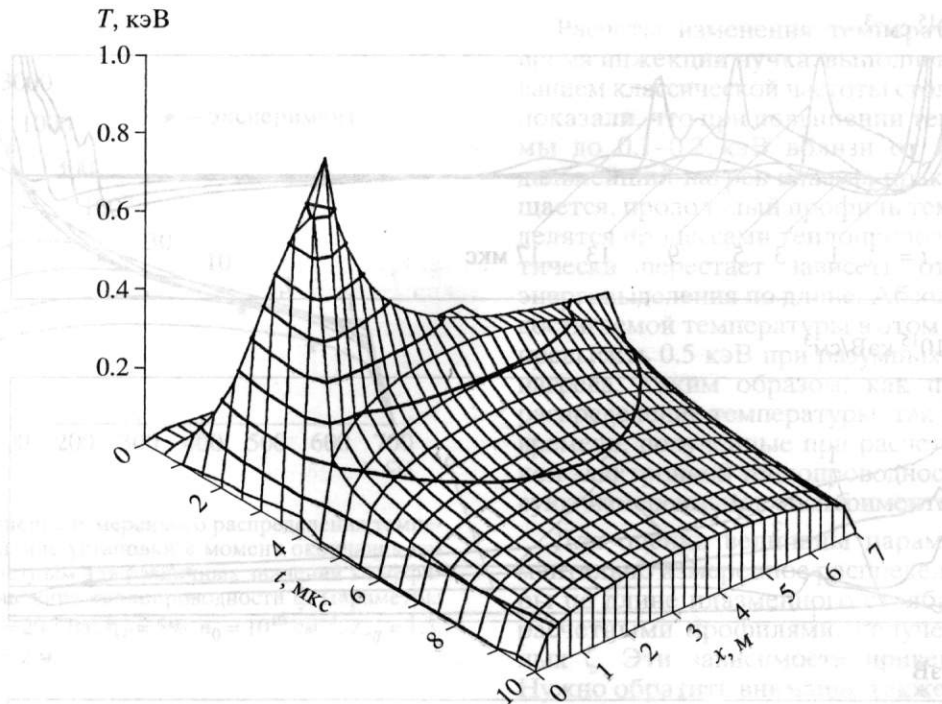


Рис. 5. Зависимость распределения расчетной температуры в системе от времени.

температура падает до уровня  $\sim 0.3$  кэВ за время  $\Delta t \leq 1$  мкс и затем плазма остывает до  $T \sim 0.1$  кэВ при  $t \sim 20$  мкс. Полная картина динамики расчетной температуры  $T(x, t)$  показана на рис. 5. Как видно из сопоставления с профилем рис. 1, наблюдается хорошее соответствие с экспериментом.

**Формирование ионно-звуковой волны.** На входной границе системы из приграничной плазмы формируется и затем распространяется возмущение плотности в виде уединенной волны сжатия, причем в волне плотность подрастает в 1.5–2 раза. Причиной возникновения волны является наличие градиента давления, связанного с неоднородностью плотности и температуры

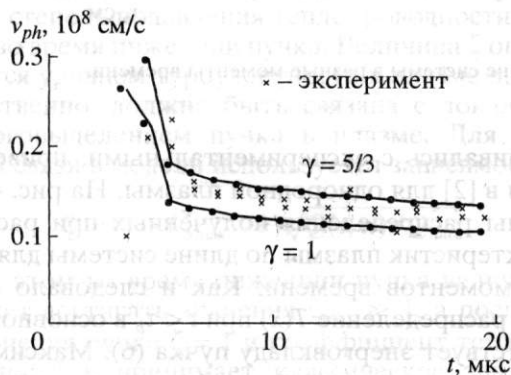


Рис. 6. Зависимость фазовой скорости фронта волны в плазме от времени.

плазмы вблизи границы. Отметим, что в условиях эксперимента дополнительным механизмом может служить градиент давления турбулентных пульсаций, подобно описанному в [17]. Фазовая скорость волны  $v_{ph}$  определялась по скорости перемещения фронтов возмущения плотности и скорости на их полувысоте. Зависимость фазовой скорости от времени показана на рис. 6 крестами. Там же для сравнения приведены локальные значения ионно-звуковой скорости в плазме  $C_s = \sqrt{\gamma T_e / M}$  для случаев  $\gamma = 1$  и  $\gamma = 5/3$ . Как следует из рис. 6, величина фазовой скорости волны соответствует промежуточному значению:  $1 < \gamma < 5/3$ . Отметим, что в эксперименте сравнение фазовой скорости наблюдаемой волны со значениями  $C_s$  для  $\gamma = 1$  и  $\gamma = 5/3$  и измеренной температуры дает такой же результат. Таким образом, в системе возникает и распространяется уединенная ионно-звуковая волна большой амплитуды.

На выходной границе  $x = 700$  см возникает и перемещается в глубь системы волна разрежения, достигающая при  $t \sim 20$  мкс координаты  $x \sim 600$  см. Появление и характер развития этой волны существенно зависят от вида граничных условий. Это указывает на возможную некорректность сравнения результатов расчета с экспериментом в этой области.

Давление плазмы на различных расстояниях  $x$  от входа пучка, определенное в эксперименте измерениями диамагнитных сигналов с зондов, пока-

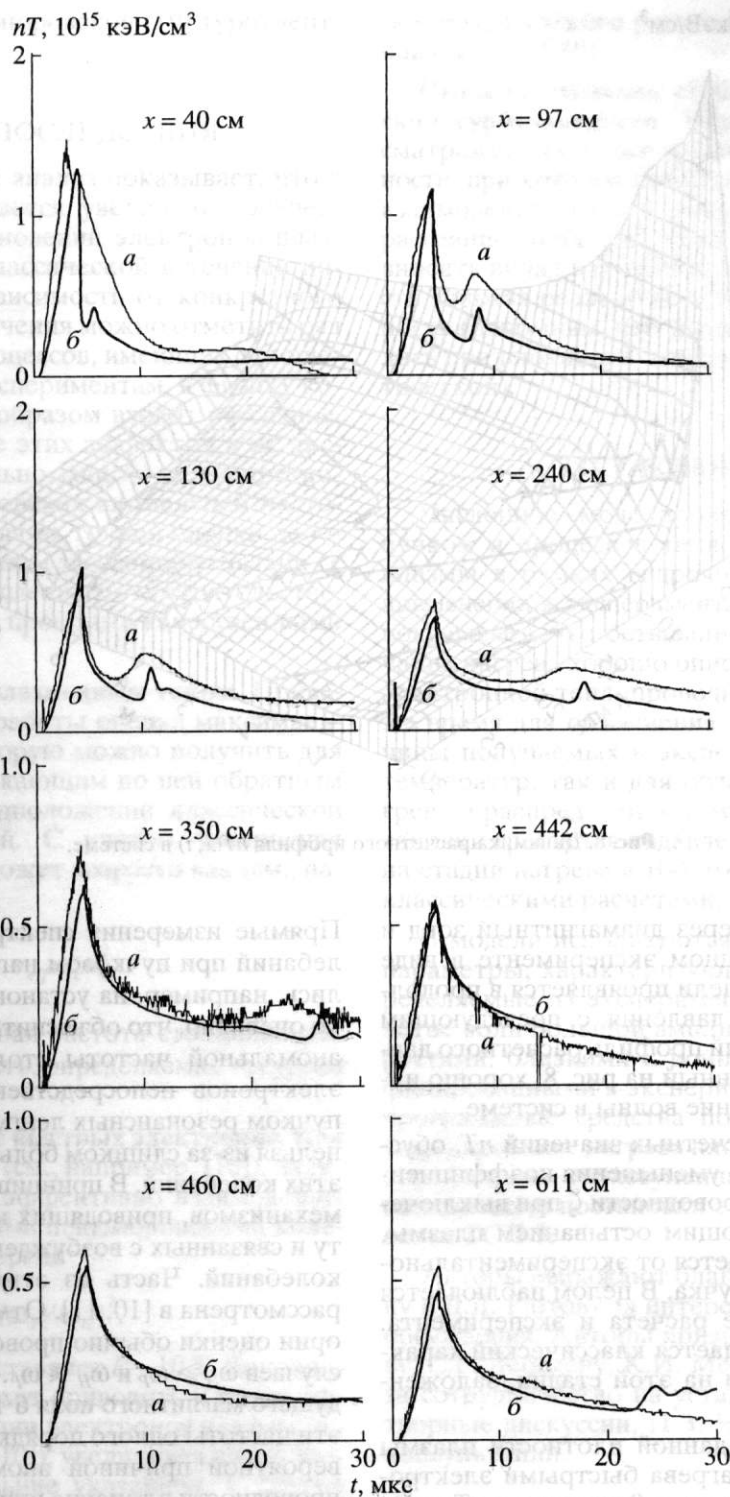


Рис. 7. Экспериментальные (а) и расчетные (б) значения давления плазмы в различных точках системы.

зано на рис. 7 (кривые *a*). Для сравнения на них также приведены расчетные значения  $nT$  (кривые *б*) для тех же координат. Их сопоставление показывает, что во время импульса пучка поведение расчетных давлений в основном соответствует изме-

ренным. Наиболее значительные отличия ( $\geq 20\%$ ) наблюдаются вблизи входа пучка  $x \sim 40$  см при  $t \geq 3$  мкс. Отличие может быть связано с недостаточно точным моделированием граничных условий на входной фольге. Начало формирования

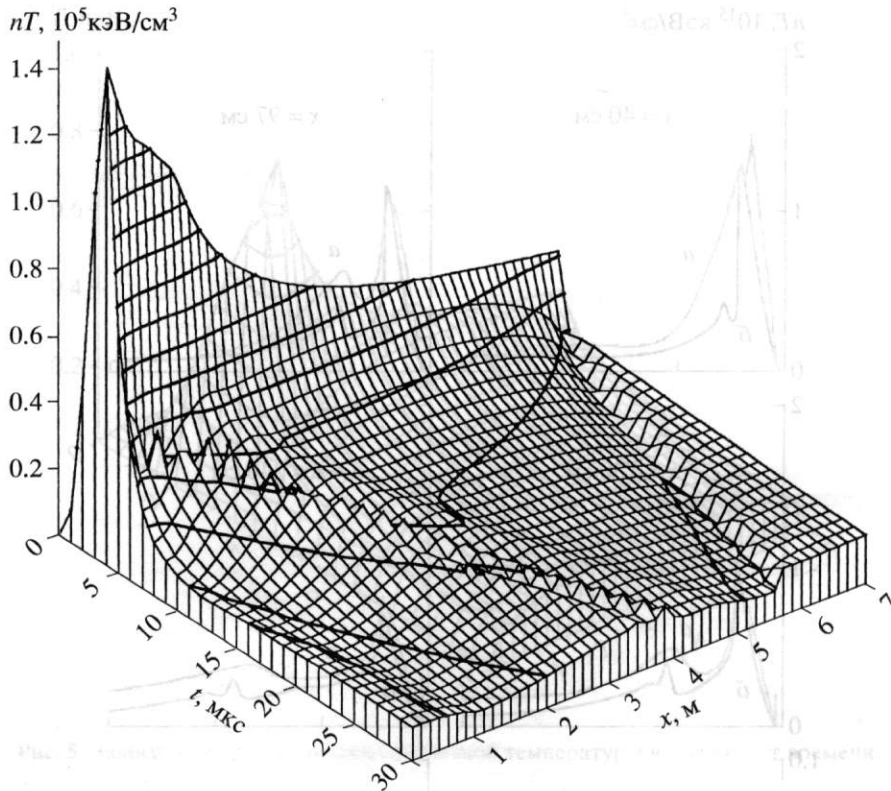


Рис. 8. Динамика расчетного профиля  $nT(x, t)$  в системе.

волны, проходящей через диамагнитный зонд и наблюдающейся в данном эксперименте в виде провала сигнала, в модели проявляется в продолжающемся нарастании давления с последующим резким спадом. Полный профиль расчетного давления  $nT(x, t)$ , приведенный на рис. 8, хорошо иллюстрирует прохождение волн в системе.

Характер спада расчетных значений  $nT$ , обусловленный скоростью уменьшения коэффициента подавления теплопроводности  $\zeta$  при выключении пучка и последующим остыванием плазмы, также заметно отличается от экспериментального только на выходе пучка. В целом наблюдается хорошее соответствие расчета и эксперимента. Тем самым подтверждается классический характер теплопроводности на этой стадии, заложенный в модели.

Отметим, что для данной плотности плазмы ( $\sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , влияние нагрева быстрыми электронами мало: при задании  $\eta_h = 0$  величины  $nT$  изменились не более чем на 5–10%.

Как видно из приведенных выше расчетов, в одной и той же плазме существуют два существенно разных по частотам столкновений режима — во время инъекции пучка и после окончания инъекции. Наиболее явным отличием этих режимов является наличие высокого уровня ленгмюровской турбулентности на стадии нагрева.

Прямые измерения спектра ленгмюровских колебаний при пучковом нагреве плазмы проводились, например, на установке ГОЛ-1М [3]. Однако очевидно, что объяснить получаемое значение аномальной частоты столкновений рассеянием электронов непосредственно на возбуждаемых пучком резонансных ленгмюровских колебаниях нельзя из-за слишком большой фазовой скорости этих колебаний. В принципе возможно несколько механизмов, приводящих к отмеченному эффекту и связанных с возбуждением более медленных колебаний. Часть из этих эффектов подробно рассмотрена в [10, 11]. Отметим только, что в теории оценки обычно проводятся для предельных случаев  $\omega_H \gg \omega_p$  и  $\omega_H \ll \omega_p$ . В нашем случае для ведущего магнитного поля 6 Т и плотности  $\sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$  эти частоты одного порядка величины. Наиболее вероятной причиной аномально низкой теплопроводности в течение инъекции пучка представляется рассеяние электронов на флуктуациях плотности, возникающих на нелинейной стадии развития пучковой неустойчивости (таких как ленгмюровские каверны и ионно-звуковая турбулентность). Отметим также, что и ранее обращалось внимание на роль аномально высокой частоты столкновений и ее влияние на электропроводность плазмы для случая ионно-звуковой (см.,

например, [18]) и ленгмюровской [19] турбулентности.

## 7. ДРУГИЕ ПОСЛЕДСТВИЯ

Проведенный выше анализ показывает, что в эксперименте наблюдается увеличение эффективной частоты столкновений электронов плазмы по сравнению с классической в течение инжекции пучка. Вне зависимости от конкретного механизма этого увеличения можно отметить ряд других плазменных процессов, имеющих отношение к обсуждаемым экспериментам, в физику которых существенным образом входит рассеяние. Поскольку проявление этих эффектов и их численное выражение сильно зависят от конкретного механизма возникновения аномальной частоты столкновений, то для их точной оценки необходимо решение самосогласованной задачи с учетом всех перечисленных обстоятельств. Здесь мы ограничимся простыми качественными оценками.

**Нагрев обратным плазменным током.** Приведенная в начале этой работы оценка максимальной температуры, которую можно получить для нагрева плазмы протекающим по ней обратным током, сделана в предположении классической частоты столкновений. С учетом увеличения этой частоты нагрев может возрасти как (см., например, [7])

$$\frac{dT}{dt} = v_{eff} m_e u_{0e}^2$$

(здесь  $v_{eff}$  — эффективная частота столкновений;  $u_{0e}$  — дрейфовая скорость, определяемая текущим по системе током).

**Нагрев и удержание быстрых электронов.** Как предсказывает теория (см., например, [10]), электроны плазмы могут эффективно взаимодействовать с нерезонансными ленгмюровскими колебаниями, начиная с энергии

$$E \sim T(\omega_p/\omega_H)^2,$$

что в нашем случае составляет  $E \sim 10$  Т. Дополнительное рассеяние может приводить к более эффективной термализации электронов плазмы (по сравнению с оценкой [10]), увеличивая число электронов с энергией выше указанной. С другой стороны, быстрое рассеяние предотвращает накопление в ловушке электронов, рождающихся с векторами скорости, лежащими вне конуса потерь и имеющими энергии порядка 10 кэВ. Поэтому даже при их изотропной по вектору скорости генерации доля оставшихся в ловушке к концу импульса таких электронов по отношению к их полному числу невелика. Это обстоятельство объясняет быстрый спад практически до нуля

мощности мягкого рентгеновского излучения из плазмы (см. [20]).

**Столкновительная стабилизация ленгмюровской турбулентности.** Условие (4) обычно рассматривается с точки зрения максимальной плотности, при которой пучок еще может эффективно взаимодействовать с плазмой. Дополнительное рассеяние тепловых электронов может также вносить вклад в динамику развития неустойчивости, снижая реально достижимый порог по плотности (напомним, что эксперименты [2] проводились при плотности, всего в 2–3 раза меньше критической).

## 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численное моделирование нагрева плазмы пучком и процессов теплопереноса и движения плазмы в рамках гидродинамической модели в применении к экспериментам на установке ГОЛ-3 показывает, что остывание плазмы после окончания нагрева хорошо описывается классической электронной теплопроводностью на торцы. В то же время для объяснения как абсолютной величины получаемых в эксперименте электронных температур, так и для объяснения динамики нагрева и распределения температуры по длине установки требуется подавление теплопроводности на стадии нагрева в 100–1000 раз по сравнению с классическими расчетами.

В модели используются феноменологические параметры, характеризующие эти явления и определяемые из эксперимента. Наблюдается развитие волн большой амплитуды с фазовыми скоростями, близкими к ионно-звуковым и идентифицированными в эксперименте. Разработанные программные средства позволяют также вести моделирование нагрева плотных плазменных ступков в схеме двухступенчатого нагрева с целью оптимизации постановки экспериментов на установке ГОЛ-3.

Авторы выражают благодарность В.С. Койдану и Д.Д. Рютову за интерес к работе и полезные обсуждения. Авторы признательны М.А. Щеглову, С.Г. Лебедеву, К.И. Меклеру, С.Г. Воропаеву за сотрудничество на установке ГОЛ-3 и плодотворные дискуссии, П.З. Чеботаеву за полезные консультации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Arzhannikov A.V., Burdakov A.V., Kapitonov V.A. *et al.* // Plasma Phys. and Contr. Fusion (Proc. 15 Europ. Conf. Dubrovnik). 1988. V. 30. № 11. P. 1571.
2. Бурдаков А.В., Воропаев С.Г., Губер А.Ф. и др. Препринт 92-8. Новосибирск: И ЯФ СО РАН, 1992. Бурдаков А.В., Воропаев С.Г., Койдан В.С. и др. // ЖЭТФ. 1996. Т. 109. № 6. С. 2048.

3. Vyacheslavov L.N., Burmasov V.S., Kandaurov I.V. et al. // Phys. Plasmas. 1995. V. 2. P. 2224.
4. Babicky V., Bohacek V., Clupek M. et al. // Proc. 8 Intern. Conf. on High-Power Particle Beams. Novosibirsk, 1990. V. 1. P. 225.
5. Arzhannikov A.V., Burdakov A.V., Chikunov V.V. et al. // Ibid. P. 14.
6. Ryutov D.D. // Physics of Alternative Magnetic Confinement Schemes (Proc. 8th Intern. School of Plasma Phys.). Varenna, 1990. P. 1.
7. Галеев А.А., Сагдеев Р.З. // Основы физики плазмы. Дополн. ко второму тому. М.: Энергоатомиздат, 1984. С. 5.
8. Судан Р.Н. // Там же. С. 38.
9. Брагинский С.И. // Вопросы теории плазмы. Вып. 1. М.: Госатомиздат, 1963. С. 183.
10. Брейzman Б.Н. // Вопросы теории плазмы. Вып. 15. М.: Энергоатомиздат, 1987. С. 55.
11. Breizman B.N., Ryutov D.D. // Nucl. Fusion. 1974. V. 14. № 6. P. 873.
12. Burdakov A.V., Chikunov V.V., Huber A.F. et al. // Proc. of the 14th Intern. Conf. on Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fus. Res. Vienna, 1993. V. 2. P. 659.
13. Недоспасов А.В., Токарь М.З. // Вопросы теории плазмы. Вып. 18. М.: Энергоатомиздат, 1990. С. 83.
14. Иванов А.А., Русанов В.Д., Сагдеев Р.З. // Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 12. № 1. С. 29.
15. Burdakov A.V., Filippov V.V., Koidan V.S. et al. // Proc. of XXI Intern. Conf. on Phen. in Ioniz. Gases. Bochum, 1993. V. 11. P. 177.
16. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978.
17. Иванов А.А., Никулин М.Г. // ЖЭТФ. 1973. Т. 65. Вып. 7. С. 168.
18. Sagdeev R.Z. // Rev. Modern Phys. 1979. V. 51. № 1. P. 1.
19. Main V., Benford G. // Phys. Fluids B. 1989. V. 1(12). P. 2479.
20. Burdakov A.V., Koidan V.S., Piffel V. et al. // Proc. 19th Intern. Conf. on Phen. In Ioniz. Gases. Belgrade, 1989. V. 2. P. 318.